

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 02.12.2023

Тема: «Алгоритм исследования функции и построения ее графика с помощью производной»

Новый материал (конспект в тетрадь)

При исследовании функций и построении их графиков рекомендуется использовать следующую **схему**:

1. Найти область определения функции.
2. Исследовать функцию на четность – нечетность.
3. Найти точки пересечения графика с осями координат.
4. Найти промежутки возрастания и убывания.
5. Найти точки экстремума и значения функции в этих точках.
6. Построить график функции

Пример. Исследовать функцию $y=x^3 + 6x^2 + 9x$ и построить график.

1) Найдем область определения:

$$D(y)=R$$

2) Выясним, является ли функция четная или нечетная:

$$y(-x)=(-x)^3 + 6(-x)^2 + 9(-x)=-x+6x^2 -9x \text{ функция общего вида.}$$

3) Найдем точки пересечения графика с осями:

с осью Oy : $x=0$, $y=0$ $(0;0)$ – точка пересечения с осью y .

с осью Ox : $y=0$,

$$x^3 + 6x^2 + 9x=0$$

$$x(x^2 + 6x+9)=0$$

$$x=0 \text{ или } x^2 + 6x+9=0$$

$$D=b^2 -4ac$$

$$D=36-36=0$$

$D=0$, уравнение имеет один корень.

$$x=-3$$

$(0;0)$ и $(-3;0)$ – точки пересечения с осью x .

4) Найдем промежутки возрастания и убывания:

Сначала найдем производную функции:

$$y'=(x^3 +6x^2 +9x)'=3x^2 +12x+9$$

Определим критические точки, приравняем производную к нулю

$$y'=0, \text{ т.е.}$$

$$3x^2 +12x+9=0 \text{ сократим на } 3$$

$$x^2 +4x+3=0$$

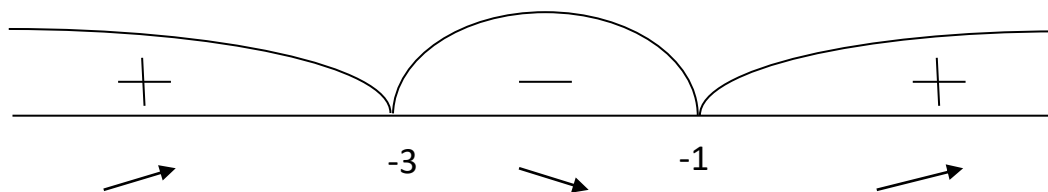
$$D=b^2 -4ac$$

$$D=16-12=4$$

$D>0$, уравнение имеет 2 корня.

$$x_1 =-1 \quad x_2 =-3$$

Обозначим критические точки на координатной прямой и определим знак функции:



Когда определяем знак, подставляем в производную из пункта № 4!(в нашем

случае $y'=3x^2 +12x+9$)

$$x=-4, y'=3 \cdot 16-48+9=9>0$$

$$x=-2, y'=12-24+9=-3<0$$

$$x=0, y'=0+0+9=9>0$$

5) Найдем точки экстремума и значения функции в этих точках

$x_{\min} =-1$ (точка -1 является точкой минимума, так как в ней производная поменяла знак с - на +)

$x_{\max} =-3$ (точка -3 является точкой максимума, так как в ней производная поменяла знак с + на -)

Найдем экстремумы функции:

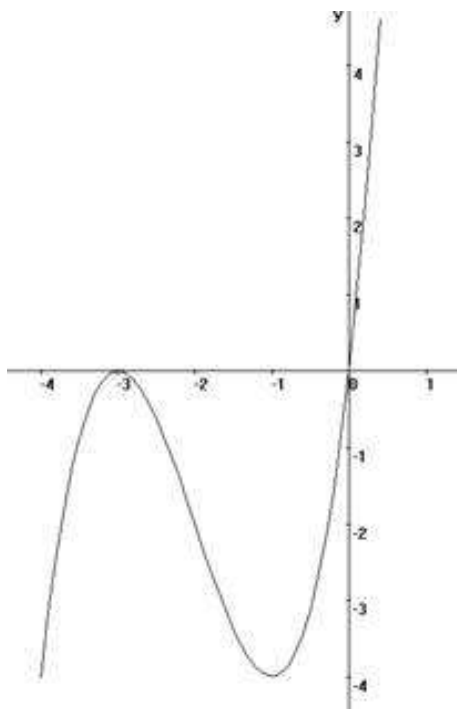
Подставляем в функцию, которая дана в условии задачи (в нашем

случае $y=x^3 +6x^2 +9x$)

$$y_{\min} =y(-1)=-1+6-9=-4$$

$$y_{\max} = y(-3) = -27 + 54 - 27 = 0$$

б) Построим график функции:



Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru